

GTAP모형에서 가계수요 탄력성계수의 추정과정 및 근거*

정기호**

요 약

본 연구는 글로벌 CGE(Computable General Equilibrium) 모형의 대표 사례인 GTAP모형과 동 모형의 가계부문에 초점을 맞추어 탄력성 모수의 추정과정을 문헌조사를 통해 정리하여 제시한다. CGE모형에서 가계부문은 생산부문과 함께 분석결과에 큰 영향을 미치는 중요한 부문이다. GTAP모형의 수요탄력성 모수의 추정과정에서 CDE, LES, AIDADS 등 다양한 수요함수형태가 계량경제학적 추정과정 및 보정과정과 혼재되어 사용되는데 본 논문은 이들이 전체 추정과정에서 어떤 역할을 하는지를 정리하였으며 최근 우리나라에서 시도되고 있는 CGE모형 모수의 계량경제학적 추정 및 데이터베이스구축 사업에 대한 시사점을 제시하였다.

주요 단어 : GTAP모형, 가계수요모수, 추정과정
경제학문헌목록 주제분류 : C0, C5, Q3, R2

* 이 논문은 2014학년도 경북대학교 연구년 교수 연구비에 의하여 연구되었음. 저자는 본 논문의 개선을 위해서 많은 조언을 하여 주신 익명의 심사위원들과 성실하게 연구를 보조한 경북대학교 대학원 황성운 군에게 심심한 감사를 표함

** 경북대학교 교수. khjeong@knu.ac.kr

I. 서 론

연산가능일반균형모형(Computable General Equilibrium, 이하 CGE)모형은 2015년 현재 55년의 역사¹⁾를 갖고 있으며 에너지경제를 포함한 다양한 경제 분야에서 활발하게 이용되고 있는 모형 중의 하나이다. 응용되고 있는 주제는 에너지 이외에도 무역, 재정, 사회보장, 인구, 이민, 기술, 노동, 환경, 인프라, 자연재해, 금융위기 등이 있다(Dixon and Jorgenson, 2013). ‘연산가능(computable)’ 표현은 실제 자료에 기반을 둔 방정식 체계를 이용함으로써 경제에 대한 충격 효과를 수치로 계산할 수 있음을 나타내며, ‘일반균형(general equilibrium)’ 표현은 동 모형의 이론적 구조가 개별 경제주체의 최적화 행동과 모든 재화 시장에서의 동시적 균형에 기반하고 있음을 의미한다(Burfishser, 2011). 따라서 CGE모형은 외생적 충격에 따른 균형가격변화와 이에 따른 다부문 재화 시장과 경제주체에 대한 과급효과 분석을 수행할 수 있으며, 더욱이 상대적으로 적은 통계자료를 갖고서도 상세한 부문 분류에서 이러한 일반균형분석을 할 수 있는 유용한 특성이 있다.

그러나 이러한 유용한 특성은 반대급부를 수반한다. 응용연구에 사용되는 대부분 규모의 CGE모형들은 이용 가능한 통계자료를 훨씬 넘어서는 많은 수의 변수들로 구성되기 때문에 이들 변수들을 모두 계량경제학적으로 추정하는 것은 불가능하다. 이 때문에 거의 모든 CGE모형들은 많은 변수들의 값을 선행연구에서 사용된 값을 인용하거나 연구자가 가정하는 관행을 따르고 있다(Wigle, 1986). 특히 모형의 분석결과에 크게 영향을 미치는 탄력성변수가 대부분 이러한 과정을 거쳐 결정되기 때문에 모형 분석결과의 통계적 신뢰도

1) CGE모형의 기원은 대체로 노르웨이의 22개의 다부문 성장모형을 제시한 Johansen(1960)에 두고 있다 (Hosoe, Gasawa and Hashimoto, 2010, p.2; Dixon and Jorgenson, 2013, p.1).

를 떨어뜨리는 근본 원인이 되고 있고 이 문제는 여러 문헌들에서 지적된 바 있다 (Jorgenson 1984; Kehoe, Polo and Sancho 1995; McKittrick, 1998; Barker, 2004; Scricciu, 2007; Bechman, Hertel and Tyner, 2011; Belgodere and Vellutini, 2011).

우리나라는 CGE모형 연구역사가 외국에 비해 짧기 때문에 주로 외국문헌의 탄력성 값들이 인용되고 있고 또한 상위부문의 값이 여러 이질적인 하위 부문들에 대해 공통적으로 가정되는 경우가 많기 때문에 위에서 언급된 문제의 심각성은 더욱 클 것으로 추측된다. 최근 우리나라에서 에너지 및 환경을 포함한 많은 분야에서 공공정책의 결정 과정에서 CGE모형의 활용사례가 빠르게 증가하고 있기 때문에 정책의 타당성 확보를 위해서 이제 우리나라도 CGE모형 모수의 계량경제학적 추정에 대한 연구가 본격화될 필요성이 제기된다.²⁾

이러한 연구에서, 계량경제학적 추정이 수행된 주요 해외 CGE모형 사례의 문헌 연구는 유용한 안내서가 될 수 있다. 그러나 주요 해외 CGE모형들은 오랜 기간에 걸쳐 개발되고 버전업되어 왔기 때문에 관련 문헌들이 시간, 산업 부문, 경제주체 부문별로 흩어져 있어서 문헌조사가 용이하지 않다. 또한 모형개발 주관 기관들이 탄력성모수 값들의 경우 문헌을 통해 외부로 잘 공개하는 반면에 값의 결정과정이나 근거는 적극적으로 상세하게 밝히지 않는 경향이 있어서 추정방법이나 근거를 일관성 있게 파악하기가 쉽지 않다. 본 연구의 목적은 글로벌 CGE모형의 대표 사례인 GTAP(Global Trade Analysis Project)과 동 모형의 가계부문수요에 초점을 맞추어서 탄력성 모수의 결정과정과 근거를 정리하여 제시하고 향후 우리나라의 관련연구에 대한 시사점을 도출하는 것이다.

GTAP이나 동 모형의 탄력성 값을 포함하는 데이터베이스는 우리나라 문헌에서 개방경제 환경 하의 CGE모형을 구축할 때 주로 이용하는 모형이다.

2) CGE모형 모수의 계량경제학적 추정과 데이터베이스 구축을 포함하는 중장기 연구가 환경부 지원으로 2014년부터 시작된 바 있다.

정현식(2004)은 GTAP 데이터와 에너지 데이터를 결합한 GTAP-E 데이터에서 한국을 독립된 지역으로 재집계하여 국제무역에 함유된 각국의 온실가스 배출량을 추정함으로써 각국의 무역을 통한 탄소 유출을 측정하고 수입 에너지에 대한 관세의 영향을 GTAP 모형을 이용하여 검토하였다. 임재규(2009)는 2009년에 발표된 한국의 온실가스 감축목표가 경제와 환경에 미치는 효과를 분석하기 위해 GTEM(Tuple et al., 1999)에 기초한 글로벌 CGE모형을 구축하고 GTAP 6의 모수값을 탄력성 모수의 값으로 이용하였다. 임재규(2010)는 세계 주요국의 자발적 온실가스 감축목표가 경제와 환경에 미치는 효과를 분석하기 위해 임재규(2009)와 동일한 모형과 GTAP 6의 모수값을 이용하였다. 오인하(2011)는 온실가스 배출규제가 있는 국가의 배출량 감소가 관련규제가 없는 국가의 배출량증가를 초래하는 탄소누출을 분석하기 위해 GTAP-EG(Rutherford and Paltsev, 2000)모형에 기반을 둔 Babiker and Rutherford(2005)모형을 이용하였으며 이때 자료와 탄력성모수 값은 GTAP 7.1을 이용하였다. 한편 우리나라 문헌에서 국제무역 관련 다부문 효과분석은 거의 대부분 GTAP모형이나 동 모형의 탄력성 값을 채택하고 있다. 예컨대 김원규·변창욱(2001)의 중국 WTO가입의 한국경제 영향분석, 박인원(2005)의 동북아시아 자유무역지대 형성의 경제적 파급효과 분석, 대외경제정책연구원(2007)의 한미 FTA의 경제효과 분석, 송백훈(2010)의 WTO/NAMA 협상타결의 한국 제조업 영향분석 등에서 GTAP모형이 이용되었다.

CGE모형에서 가계부문은 생산부문과 함께 분석결과에 큰 영향을 미치는 중요한 부문이다. 특히 GTAP모형은 개발과정에서 가계부문 수요행태의 모형에 상당한 노력을 투입하였는데 그만큼 수요의 가격 및 소득탄력성이 정책 및 산업부문의 성장패턴을 결정할 때 중요한 역할을 수행하기 때문이다(Hertel, 2012, p.829). GTAP모형에서 채택한 가계수요함수체제는 CDE (Constant Difference of Elasticities)모형이다. 그러나 탄력성 모수 값을 결정하는 과정에서 CDE모형 외에도 LES(Linear Expenditure System)와 AIDADS (An Implicitly, Directly Additive Demand System) 등 다양한 함수형태가 사용되며 또한 계량

경제학에 의한 추정(estimation)과정과 보정(calibration)과정이 혼용되어 사용되기 때문에 전체적인 과정을 이해하기가 쉽지 않다. 본 연구의 주요 기여는 GTAP의 가계수요탄력성 값이 결정되는 과정을 체계적으로 정리한 것이다. 이 점에서 GTAP 매뉴얼은 상당히 축약해서 서술하고 있기 때문에 많은 연구자들이 혼란과 이해의 어려움을 겪기 마련이다. 본 연구는 민간가계부문 수요행태에 초점을 맞추어 다음 질문에 구체적으로 대답하려 한다. (1) GTAP 데이터베이스에서 제공하는 탄력성은 민간가계부문수요의 소득탄력성과 가격탄력성으로 어떻게 연결되는가? (2) CDE, LES, AIDADS 등 함수들의 모수값은 GTAP 데이터베이스에서 제공하는 탄력성과 어떻게 연결되는가? (3) 탄력성 모수들의 결정과정에서 계량경제학 추정과 보정은 각각 어떤 역할을 하는가? 그리고 위 질문에 대한 대답과 더불어 GTAP의 계량경제학적 추정 과정이 우리나라의 관련 연구사업에 시사하는 점도 제시한다. 현재 GTAP의 버전은 9이지만 아직 매뉴얼이 완성되지 않았기 때문에 본 논문은 버전 8의 매뉴얼 내용을 중심으로 작성한다.

이후 논문의 구성은 다음과 같다. 다음 장에서는 GTAP과 가계수요함수에 대해서 기술한다. 제III장에서는 GTAP에서 가계부문 수요탄력성의 값이 결정되는 과정을 정리하여 서술하고, 마지막으로 제IV장에서는 논문의 전체 내용을 요약하고 한국형 CGE모형의 계량경제학적 추정 노력에 대한 시사점을 정리한다.

II. GTAP모형 및 가계수요함수

GTAP은 글로벌 CGE모형, 다국가 데이터베이스, 소프트웨어 등을 포괄하는 개발 사업을 총칭하여 부르는 명칭이며 1993년에 처음으로 데이터베이스와 모형이 출시되었다. GTAP의 모형과 데이터베이스는 호주 정부가 1990년에 글로벌 무역모형으로서 개발한 SALTER(Sectoral Analysis of Liberalising Trade in the East Asian Region)모형을 상당 부분 이어 받았고,³⁾ 후자 모형은 다시 Whalley (1985)의 다국가모형의 맥을 따른다. 2015년 현재 GTAP 데이터베이스의 최신 버전은 9이며 2004년, 2007년, 2011년 등 세 개의 기준년도에 대해 140개 지역의 57개 상품품목을 포함하고 있다.

GTAP모형은 정태모형인 GTAP표준(GTAP Standard)모형을 근간으로 다양한 이슈를 분석할 수 있도록 다양하게 변형되었으며 그 중에는 축차동태모형인 GTAP-Dyn모형, 그리고 에너지와 관련해서 GTAP-E와 GDyn-E 모형 등이 있다. GTAP-E모형은 GTAP표준모형을 기반으로 에너지, 경제, 환경, 무역의 연관성을 분석하기 위해 개발되었으며 GDyn-E모형은 GTAP-E모형을 축차동태모형으로 확장한 모형이다. 각 모형의 주된 참고문헌으로는 GTAP표준모형의 Hertel(1998), GTAP-E모형의 Burniaux and Truong(2002), GTAP-Dyn모형의 Ianchovichina and McDougall(2000), GDyn-E모형의 Golub(2013) 등이 있다. <표 1>은 GTAP모형의 유형들과 GTAP모형의 전신인 SALTER모형을 요약해서 보여준다.

3) SALTER모형의 구조, 데이터베이스, 탄력성 값등은 Jomini et al.(1994)를 참조하시오.

〈표 1〉 GTAP모형과 SALTER모형

	GDyn-E	GTAP-Dyn	GTAP-E	GTAP Stadard	SALTER	Whalley
주요 문헌	Golub (2013)	Elena and McDougall (2000)	Burniaux and Truong (2002)	Hertel (1998)	Zeitsch et al (1991)	Whalley (1985)
Backstop 기술	고려하지 않음					
함수 유형	가 계	CDE (Constant Difference of Elasticities)			LES (Linear Expenditure System)	
	생 산	CES(Constant Elasticity of Substitution)				
DB	GTAP 7	GTAP 3	GTAP 5	GTAP 2		
모형유형	추차동태		정태			

CGE모형에서 가계부문 수요의 소득과 가격 효과는 선호체계의 함수형태를 어떻게 가정하느냐에 따라 크게 영향을 받는다. 과거 CGE문헌에서 전통적으로 사용되는 선호체계 함수 형태로는 Cobb-Douglas(CD)함수, Stone(1954)과 Geary(1950)의 LES함수, CES(Constant Elasticity of Substitution)함수, Hanoch(1975)의 CDE함수 등이 있으며 이들 함수들이 각기 수요탄력성모수들에 대해 허용하는 유연성 정도는 서로 다르다.

〈표 2〉 CGE모형의 가계부문 효용함수 유형

효용함수	탄력성			예산비중	
	소득	가격	대체	가격변화	소득변화
CD	동조	음(-)	순대체, 조대체	고정적	고정적
LES	준동조	음(-)	순대체, 조보완	유연적	유연적
CES	동조	음(-)	순대체, 조대체	유연적	고정적
CDE	비동조	음(-)	순대체, 조대체 혹은 조보완	유연적	유연적

주: 1) 동조(homothetic), 준동조(quasi-homothetic), 비동조(non-homothetic)

2) 순(net), 조(gross), 대체(substitutes), 보완(complements)

출처: Burfisher(2011), p.85, Table 4.3

Cobb-Douglas함수는 탄력성모수 값을 연구자가 설정할 수 없으며 자체가 격탄력성은 -1로 그리고 대체탄력성과 소득탄력성은 1의 값으로 고정된다. LES함수는 소비의 최저생계수준을 고려할 수 있다는 점에서 Cobb-Douglas함수와 차이가 있지만 그 수준을 넘어서는 소비에 대해서는 두 함수는 동일하다(Burfisher, 2011, p.86).⁴⁾ CES함수의 경우, 대체탄력성 모수값을 연구자가 설정할 수 있다는 점에서 상대적으로 유연성 정도가 높다. 모든 재화는 순 대체관계를 가지며 상대가격이 변할 때 예산비중이 변할 수 있다. 그러나 동조함수이기 때문에 소득변화에 따른 예산비중의 변화는 없으며 상대가격변화에 따라 임의의 소득 수준에서 동일한 정도의 대체를 할 수 있으므로 모든 재화는 조대체관계도 갖는다. 마지막으로 CDE함수는 앞의 세 개 함수와는 달리 비동조함수이다. 함수를 구성하는 모수값에 따라서 CES함수와 Cobb-Douglas함수를 특수한 경우로서 포함하기 때문에 더 일반적인 함수형태라고 말할 수 있다. 다만 최저생계수준을 반영할 수 없기 때문에 LES함수를 특수한 경우로 포함하지 않는다.

GTAP모형은 가계선호체계에 대해 CDE함수를 채택하고 있다. CDE함수의 가장 유용하면서 중요한 특성은 비동조함수라는 점이다. 이 때문에 소득이 변할 때 각 재화의 소득탄력성 값에 따라서 재화별로 예산비중이 증가할 수 있고 혹은 감소할 수 있다. 동태적 과급효과 분석이나 전망에서 소득 변화에 따른 가계부문 소비행태의 역할은 중요하다. Cobb-Douglas와 CES함수의 경우 동조함수이며 LES함수도 최저생계수준을 넘어서는 소비에 대해서는 동조함수이기 때문에 각 재화의 예산비중이 소득변화와 상관없이 일정하다는 문제를 갖지만 CDE함수는 그러한 문제에서 자유롭다. 이러한 장점 때문에 CDE함수는 소득증가에 따라서 음식료품의 예산비중이 감소하는 Engel법칙과 같이 경험적으로 관측되는 다양한 동태적 소비행태를 반영할 수 있는 장점을

4) LES함수의 경우 효용함수 형태는 Stone-Geary함수(Geary, 1950; Stone, 1954)이며 동효용함수로부터 도출된 수요함수체계가 LES이다. 최근 CGE 모형에서는 최저생계비수준을 넘어서는 소비에 대해서 LES 소비함수를 사용하는 경우도 많이 있다.

갖는다. Translog함수와 같이 임의의 함수에 대해 2차 근사(2nd-order approximation) 능력을 갖는 함수들도 이러한 장점을 갖지만 재화 수의 제곱승의 속도로 모수의 수가 증가하는 단점이 있다(Hanoch, 1975, p.396).

비동조함수인 또 다른 함수형태로서 Deaton and Muellbauer(1980)의 AIDS (Almost Ideal Demand System)모형, Working(1943)모형,⁵⁾ Rimmer and Powell(1996)의 AIDADS(An Implicitly, Directly Additive Demand System)모형 등이 있다. 이 중에서 AIDS모형과 Working모형은 각 재화의 예산비중이 0과 1의 범위를 벗어날 수 있는 문제가 있는 반면에 AIDADS모형은 동 범위로 제약된다(Reimer and Hertel, 2004, p.4). CDE모형은 초기 균형에서 사치품과 필수품으로 결정된 상품 분류가 소득이 어떻게 변화하더라도 계속 유지되는 문제가 있지만 AIDADS모형은 이러한 문제가 없다. 또한 최근 여러 응용연구에서 AIDADS모형이 우월한 예측성과를 보이고 있기 때문에 GTAP을 포함한 많은 CGE모형들에서 수요함수체계로서 도입하려는 노력이 시도되고 있다(Yu et al., 2004). 그러나 AIDADS모형은 소득효과에 대해서는 풍부한 패턴을 보일 수 있지만 가격효과에 대해서는 유연성이 떨어지는 문제를 갖고 있으며 GTAP모형이 가계부문수요에 대해서 AIDADS모형 대신에 여전히 CDE모형을 채택하고 있는 이유는 이 때문이다(Hertel, 2012, p.830). 현재 GTAP 버전에서 AIDADS함수는 CDE함수의 모수값을 결정하는 보정과정에서 목표값을 추정하는 용도로 사용되고 있다.

5) Working(1943)이 처음 제시했고 이후에 Theil et al.(1989)에 의해 확장되었으며 Working-Preference Independence(PI) 모형 혹은 Florida-PI 모형으로 부르기도 한다.

Ⅲ. GTAP모형의 가계수요함수 모수의 결정과정

1. CDE함수

CDE(Constant Difference of Elasticities)는 Hanoch(1975)에 의해 처음 제시되었으며, Tanslog함수보다 모수 수가 적으면서 동시에 LES와 CES와 같은 가법적인 함수보다 유연성이 더 높은 함수를 목표로 개발되었다. CDE함수에서 이러한 중간적 성격은 선호체계에 암묵적 가법성(implicit additivity)를 도입함으로써 달성된다. 암묵적 가법성이란 효용함수 자체는 비가법적이지만 무차별곡선이 재화에 대해 분리가능하고(separable) 가법적인 형태를 말한다(Hanoch, 1975, p.396). CDE효용함수에서 선호체계를 표현하는 암묵적 지출함수는 다음과 같이 수식으로 표현된다(Hanoch, 1975, p.411; Hertel et al., 2012, p.4).

$$\sum_i B(i,k) \times UP(k)^{\beta(i,k)\gamma(i,k)} \times [PP(i,k)/E(PP(k), UP(k))]^{\beta(i,k)} \equiv 1 \quad (1)$$

$UP(k)$: 지역 k 에서 대표가계의 효용수준

$PP(k)$: 지역 k 에서의 가격벡터

$PP(i,k)$: 지역 k 에서 재화 i 의 가격

$E(\cdot)$: 지역 k 의 주어진 가격 $PP(k)$ 하에서 효용수준 $UP(k)$ 을 달성하는데 필요한 최소지출수준

식 (1)에서 가격 $PP(i,k)$ 은 최소지출 $E(\cdot)$ 에 의해 정규화되며, 후자는 다시 가격과 효용수준에 의해 결정되는 함수이다. 가격의 각 항목에 대한 먹향 $\beta(i,k)$ 은 상품별로 다르기 때문에 지출함수 $E(\cdot)$ 를 식의 좌변으로 분리할 수 없으며 따라서 식 (1)은 지출함수를 암묵적으로 정의하는 식이다.

위의 CDE 지출함수식에서 값이 결정되어야 할 모수는 $\beta(i,k)$ 과 $\gamma(i,k)$ 이다. GTAP에서 전자는 SUBPAR 혹은 SUB_PAR로 표기되며 대체모수(substitution parameter)로 불린다. 후자는 INCPAR 혹은 INC_PAR로 표기되며 확장모수(expansion parameter)로 불린다. 두 모수는 상품별로 그리고 지역별로 구분하여 설정되며 GTAP 8의 경우 먼저 113개 지역과 10개 상품분류별로 모수 값을 결정하고 다음에 동일 분류 내에 속한 하위 분류 상품들은 동일한 모수 값을 갖는 것으로 가정하여 57개 상품분류로 확장한다. 따라서 값이 결정되어야 할 모수의 수는 $2,260(= 2 \times 113 \times 10)$ 개이다.

모수의 수가 계량경제학적 추정을 적용하기에는 지나치게 많기 때문에 GTAP은 두 모수의 값을 보정(calibration)을 통해 결정하며 이때 보정과정의 목표값으로 수요의 소득탄력성과 가격탄력성이 사용된다. 두 탄력성의 값은 보정과정에 앞서 계량경제학적으로 추정되어 확보된다. 본 논문은 CDE함수 모수의 결정과정을 선행단계인 계량경제학적 추정과정까지 포함해서 크게 2단계로 소개한다. 1단계는 보정과정에서 목표값으로 사용될 수요의 소득탄력성과 가격탄력성의 계량경제학적 추정이며 이때 Reimer and Hertel(2004)이 제시한 과정이 사용된다. 먼저 수요의 소득탄력성이 추정되고 다음으로 가격탄력성은 LES수요함수 체계에서 성립하는 소득탄력성과 가격탄력성의 관계식을 이용하여 계산되는 방법이 이용된다. 수요의 소득탄력성 계산을 위해 추정되는 가계수요함수로서 AIDADS수요함수를 채택한다. 2단계는 1단계에서 얻어진 두 탄력성 추정값을 가깝게 재현하도록 CDE가계수요함수의 대체모수와 확장모수의 값을 보정한다. 보정과정에서는 $\beta(i,k)$ 의 값이 수요의 보상자체가격탄력성(compensated, own-price elasticities of demand)의 목표값을 재현하도록 먼저 결정되며 다음으로 $\gamma(i,k)$ 의 값이 수요의 소득탄력성의 목표값을 재현하도록 결정된다.

2. CDE 모수 보정을 위한 목표값 추정과정

GTAP 5까지의 보정과정에서는 Food and Agricultural Organization(1993)의 세계식량모형과 Theil et al. (1989)의 지역횡단면 수요 연구에서 제공되는 지역별 상품별 소득탄력성 추정값이 목표값으로 이용되었으며 두 연구는 GTAP과 동일한 상품과 지역 분류를 이용하였다.

GTAP 6부터는 Reimer and Hertel(2004)가 제시한 AIDADS(An Implicitly, Directly Additive Demand System)함수의 추정과정을 업데이트된 GTAP데이터베이스와 결합하여 세계지역과 10개 상품분류에 대한 소득탄력성 추정값을 도출하여 사용하고 있다. GTAP 8의 경우 세계지역 수는 113개이다.

Reimer and Hertel(2004)은 AIDADS수요함수를 1996년 ICP(International Comparison Program)의 소비자지출에 대한 지역횡단면자료와 GTAP 5의 자료를 이용하여 각각 추정하였다.⁶⁾ ICP자료는 소비자가격으로 평가된 자료이고 GTAP자료는 생산자가격으로 평가된 자료이어서 도소매마진만큼 차이가 나지만 두 자료의 추정결과는 서로 상당히 일치하는 것으로 나타났다(Reimer and Hertel, 2004). GTAP자료가 CGE모형의 핵심 자료인 사회계정행렬(SAM)의 구축에 필요한 투입산출자료에 기초하였기 때문에 GTAP은 GTAP 자료를 이용한 추정결과를 이용한다.

AIDADS는 Rimmer and Powell(1996)가 LES함수를 소득-소비 경로의 비선형성을 허용하도록 확장시킨 수요함수로서 Clements and Chen(1996)이 제시한 유용한 수요함수가 갖추어야할 6개 기준을 모두 충족한다.⁷⁾ 또한 Cranfield

6) ICP데이터베이스는 버전에 따라서 주관기관과 지역수 그리고 상품분류가 크게 다르다. 초기버전은 유엔(United Nations)이 주관하였으나 1996년 버전은 세계은행이 주관하였고 2005년 이후부터는 세계은행, IMF, 유엔이 후원을 하고 있다(Reimer and Hertel, 2004).

7) 유용한 수요함수에 대한 Clements and Chen(1996)의 6개 기준은, 추정편리성, 모수절약, 소비자경제이론의 충족(가법성, 동차성, 대칭성), 효용함수의 비동조성, 소득-소비경로의 비선형성, 예산비중의 [0,1] 구간충족이다.

et al.(2003)는 AIDADS와 Quadratic Almost Ideal Demand System(QUAIDS), Quadratic Expenditure System(QES), AIDS, LES 등을 비교한 연구에서 AIDADS가 가장 좋은 수요함수체계임을 보였다.

Rimmer and Powell(1996)가 고려하는 지역별 효용함수의 출발점은 Hanoch(1975)의 암묵적 가법(implicit direct additive) 선호체계이다.

$$\sum_{i=1}^n U_i(x_{ik}, u_k) = 1 \quad (2)$$

$i = 1, \dots, n$: 재화를 나타내는 첨자

$k = 1, \dots, K$: 글로벌 CGE모형에서는 지역(지역), 미시모형에서는 소비자를 표시. 이하 지역으로 표기함.

x_{ik} : k 지역의 i 재화의 소비

u_k : k 지역이 재화묶음 $(x_{1k}, \dots, x_{nk})$ 의 소비에서 얻는 효용수준

U_i : 오목성 조건을 충족하는 이차미분가능 함수

Rimmer and Powell(1996)는 Cooper and McLaren(1992)와 LES를 따라 식 (2)의 함수 U_i 를 다음과 같이 설정하였다.

$$U_i(x_{ik}, u_k) = \phi_{ik}(u_k) \ln \left(\frac{x_{ik} - \gamma_i}{A \exp(u_k)} \right), \quad \forall i, k \quad (3)$$

$$\phi_{ik} = \frac{\alpha_i + \beta_i G(u_k)}{1 + G(u_k)}$$

$G(\cdot)$: 양의 값을 갖는 2차미분가능한 단조함수

$$0 \leq \alpha_i, \beta_i \leq 1, \quad \forall i$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = \sum_{i=1}^n \beta_i = 1$$

식(3)에서 모수는 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, A$ 가 되어 총 모수의 수는 $3n+1$ 이다. γ_i 는 LES에서와 같이 i 재화의 최저생계소비수준이다. 모수가 지역에 대해서는 구분이 되지 않기 때문에 선호체계를 상품에 대해서는 구분하지만 지역에 대해서는 동일한 것으로 가정하고 있다는 것을 알 수 있다.

식(2)와 (3)의 효용함수를 이용하는 효용극대화문제의 1차조건에서 다음과 같은 AIDAS수요함수가 도출된다(Rimmer and Powell, 1996).

$$x_{ik} = \gamma_i + \frac{\phi_{ik}(u_k)}{p_{ik}}(M_k - p_k' \gamma) \quad \forall i, k \quad (4)$$

M_k : k 지역의 일인당소득

p_{ik} : k 지역의 i 재화의 가격

p_k : p_{ik} 로 구성된, k 지역의 가격벡터

γ : γ_i 로 구성된 벡터

Rimmer and Powell(1996)은 식(4) 대신에 예산비중($p_{ik}x_{ik}/M_k$) 방정식에 정규분포 오차항 v_{ik} 을 도입한 아래의 식을 추정에 사용하며 이때 $G(u_k) = \exp(u_k)$ 의 가정이 이용된다.

$$s_{ik} = \phi_{ik}(u_k) + \left(\frac{p_{ik}\gamma_i - \phi_{ik}(u_k)p_k' \gamma}{M_k} \right) + v_{ik} \quad (5)$$

s_{ik} : k 지역의 i 재화의 예산비중

식(5)를 추정하기 위해서는 각국의 효용수준인 u_k 가 모수로서 추정되어야 한다. Rimmer and Powell(1996)은 지역들을 일인당소득의 증가 순으로 배열한 다음에 첫 번째 지역의 효용인 u_1 에 대해 임의의 값을 부여하고 이어서

인접한 지역과의 효용차이인 Δu_k 를 선형근사 기법에 기초하여 추정하고 이러한 과정을 반복하는 접근법을 이용하였다.⁸⁾ 한편 추정자료로 United Nations (1992)의 ICP(International Comparison Project)에서 30개 지역과 10개 상품을 추출하여 달러로 총소비지출과 상품별 실질지출을 계산한 Theil and Clements (1987)의 자료를 이용하였다.

Reimer and Hertel(2004)는 Rimmer and Powell(1996)의 방법 대신에 Cranfield et al.(2000)의 방법(이하 Cranfield추정법)을 이용하여 AIDADS수요 함수를 추정하였다. Cranfield추정법은 선형근사 기법 대신에 축약우도함수를 (비)선형제약조건 하에서 최적화하는 접근법을 택함으로써 선형근사 오차를 피하고 또한 지역의 나열순서에 독립적인 추정결과를 도출할 수 있다.

Cranfield et al.(2000)에서는 축약우도함수의 도출과정이 생략되었기 때문에 본 논문에서는 그 과정을 상세히 서술하고자 한다. 먼저 예산비중의 추정값과 실제값 간의 오차항이 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_{ik} = \frac{p_{ik} \hat{x}_{ik} - p_{ik} x_{ik}}{M_k} \quad (6)$$

오차항에 대한 다변량정규분포를 가정하면 로그우도함수는 다음과 같다.

$$\log L_k = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \epsilon_k' \Sigma^{-1} \epsilon_k \quad (7)$$

ϵ_k : ϵ_{ik} 를 원소로 하는 벡터

$$\Sigma = E(\epsilon_k \epsilon_k')$$

8) Rimmer and Powell(1996)의 각국 효용수준인 u_k 추정에 대한 선형근사 추정과정에 대한 상세한 설명은 Rimmer and Powell(1996, p.5)와 Cranfield et al.(2000, p.1908, pp.1914-1915)를 참조하시오.

따라서 전체 K 개 지역의 관측치에 대한 로그우도함수는 다음과 같게 된다.

$$\log L = \sum_{k=1}^K \log L_k \quad (8)$$

$$= -\frac{nK}{2} \log(2\pi) - \frac{K}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \epsilon_k' \Sigma^{-1} \epsilon_k$$

$$= -\frac{K}{2} \{n \log(2\pi) + \log |\Sigma| + \text{tr}(\Sigma^{-1} W)\}$$

단, W : 원소가 W_{ij} 인 행렬

$$W_{ij} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \epsilon_{ik} \epsilon_{jk}$$

식(8)에서 공분산행렬 Σ 의 추정치가 이용 가능할 경우 축약(concentrated) 우도함수는 다음과 같다.

$$\log L_C = -\frac{K}{2} [n\{1 + \log(2\pi)\} + \log |W|] \quad (9)$$

단, $|W|$ 는 W 의 행렬식

식(9)의 극대화문제는 다음과 같은 최소화문제와 동일하다.

$$\min \frac{1}{2} \log |W| \quad (10)$$

식(10)이 축약우도함수에 대한 Cranfield et al.(2000.2)의 식(7)이다. 식(10)의 최소화는 식(6)의 오차항 정의식을 포함하여 다음과 같은 제약조건 하에서 수행된다.

$$\hat{x}_{ik} = \gamma_i + \frac{\psi_{ik}(u_k)}{p_{ik}}(M_k - p_k' \gamma) \quad \forall i, k \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = \sum_{i=1}^n \beta_i = 1 \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i + \beta_i \exp(u_k)}{1 + \exp(u_k)} \ln(x_{ik} - \gamma_i) - u_k = \kappa, \quad \forall k \quad (13)$$

$$\text{단, } \kappa = 1 + \ln(A)$$

식(11)은 재화 소비의 추정결과를 식(4)에 따라 정의하는 식이다. 식(12)는 모수 α_i 와 β_i 에 대한 제약식이며, 식(13)은 식(3)에서 주어진 암묵적 효용함수 U_i 의 정의식이다. 추정 대상이 되는 모수는 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \kappa, u_k$ 이므로 모두 $3n+1+K$ 가 되며 GTAP 8의 경우는 $144(=3 \times 10 + 1 + 113)$ 개가 된다. 실제 추정에서는 계산의 수렴속도를 높이기 위해서 AIDADS모형과의 정합성을 유지하면서 모수 추정값의 탐색범위에 대한 여러 제약이 부과된다.⁹⁾ 또한 계산 수렴속도를 높이기 위해서 모수의 초기값을 적절하게 선택한다. 예를 들어서 α_i 와 β_i 에 대해서 i 재화 예산비중의 지역들 표본평균값이 초기값으로 이용되고, 최저생계비수준 모수인 γ_i 의 초기값은 표본의 실제 관측되는 최저 소비수준의 1/2 수준을 이용하고, 각국 효용수준인 u_k 의 초기값으로는 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 의 초기값과 소비의 표본관측값에서 계산된 LES수요함수의 Stone-Geary 효용함수(Geary, 1950; Stone, 1954)의 값을 이용하고, 소비의 추정값 $\hat{x}_{ik}$ 는 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, u_k$ 의 초기값에서 식(11)의 계산값을 이용하며, 오차항 ϵ_{ik} 의 초기값은 식(6)에 의해 계산하고, 마지막으로 $\kappa = 1 + \ln(A)$ 의 초기값은 1로 설정된다. 최적화문제의 프로그램에는 GAMS 2.25(Brooke et al., 1992)와 MINOS솔버가 이용되었다.

Hertel et al.(2012)은 Reimer and Hertel(2004)의 추정과정에 GTAP 8의 113개 지역과 10개 상품분류 자료를 적용하여 AIDADS 가계수요함수를 추정하였으며 그 결과는 아래 <표 3>에 주어져 있다.

9) 모수 추정값의 탐색범위에 대한 제약은 Cranfield et al.(2000, p.1909)를 참조하시오.

〈표 3〉 Hertel et al.(2012)의 GTAP 8에 의한 AIDADS 추정결과

상품분류	α_i	β_i	γ_i
Grains, other crops	0.141	0.000	0.179
Meat, dairy, fish	0.155	0.049	0.000
Processed food, beverages, tobacco	0.140	0.069	0.126
Textiles, apparel, footwear	0.081	0.039	0.000
Utilities, housing services	0.064	0.043	0.000
Wholesale/retail trade	0.093	0.213	0.014
Manufactures, electronics	0.113	0.157	0.032
Transport Communication	0.110	0.083	0.000
Financial and business services	0.019	0.113	0.006
Housing, education, health, public services	0.083	0.233	0.025

AIDADS 가계수요함수의 모수들이 추정되면 그 추정결과를 이용하여 소득탄력성 η_{ik} 을 다음 관계식에 의해 계산할 수 있다(Cranfield et al., 2000, p.1908).

$$\eta_{ik} = \psi_{ik}(u_k) / s_{ik} \quad (14)$$

$$\text{단, } \psi_{ik} = \phi_{ik}(u_k) - (\beta_i - \alpha_i) \times$$

$$\left[\sum_{j=1}^n (\beta_j - \alpha_j) \ln(x_{jk} - \gamma_j) - \left(\frac{(1 + \exp(u_k))^2}{\exp(u_k)} \right) \right]^{-1}$$

s_{ik} : 표본에서 관측된 k 지역의 i 재화의 예산비중

그리고 소득탄력성이 계산되면, 보상 자체가격탄력성은 Zeitsch et al.(1991)이 제시한 과정을 따라서 계산되며 그 과정은 구체적으로 3단계로 나타낼 수 있다. 이하에서는 지역을 나타내는 지수 k 는 표기의 단순화를 위해 생략한다. 1단계는 상품별 소득탄력성(η_i), 예산비중의 표본평균($\bar{s}_i$), Frisch모수(ω)를

계산한다. Frisch모수는 소득한계효용 역수의 음(-)의 값으로 정의된다(Frisch, 1959). 2단계는 Frisch(1959)가 제시한 직접가법선호체계(directly additive preference)에서 성립하는 아래와 같은 소득탄력성과 자체가격탄력성의 관계식을 이용하여 자체가격탄력성(ϵ_{ii})를 계산한다. 직접가법선호체계의 구체적인 수요함수형태는 LES가 이용된다.

$$\epsilon_{ii} = -s_i \eta_i \left(1 + \frac{\eta_i}{\omega}\right) + \frac{\eta_i}{\omega} \quad (15)$$

마지막 3단계는 슬러츠키방정식을 이용하여 보상자체가격탄력성(v_{ii})을 자체가격탄력성으로부터 계산한다.

$$v_{ii} = -\epsilon_{ii} + s_i \eta_i \quad (16)$$

이렇게 계산된 지역별 10개 상품분류 각각의 소득탄력성과 가격탄력성은 CDE함수 모수값을 결정하는 보정(calibration)과정에서 목표값으로 이용된다.¹⁰⁾

3. CDE 모수의 보정과정

앞서 서술하였듯이 GTAP은 소득탄력성과 가격탄력성 값을 가깝게 재현하도록 하는 보정방법을 통해 식(1)의 CDE 지출함수식 모수들인 $\beta(i, k)$ 과 $\gamma(i, k)$ 의 값을 결정한다. 보정과정에서는 $\alpha(i, k) = 1 - \beta(i, k)$ 의 값이 수요의 보상자체가격탄력성(compensated, own-price elasticities of demand)의 목표값을 재현하도록 결정되며 $\gamma(i, k)$ 의 값은 수요의 소득탄력성의 목표값을

10) 현재 GTAP 버전은 9이지만 아직 매뉴얼이 완성되지 않았기 때문에 버전 8의 매뉴얼에서 소득과 가격탄력성 값들이 공개되고 있다. GTAP 8의 가계수요 소득탄력성과 가격탄력성은 Hertel et al.(2012)에 부록으로 주어져 있다.

재현하도록 결정된다. 보정과정은 Surry(1997)가 3개 상품분류에 대해 CDE함수를 보정하기 위해 제시한 과정을 10개 상품분류로 확대 수정하여 채택하며 이때 최대엔트로피(maximum entropy)기법이 이용된다.

CDE수요체계로부터 자체가격탄력성과 소득탄력성의 식을 다음과 같이 도출할 수 있다(Hanoch, 1975, pp.413-414).

$$\eta_i = \left[\sum_j (s_j e_j \alpha_j) + e_i (1 - \alpha_i) \right] / \sum_j (s_j e_j) + (\alpha_i - \sum_j s_j \alpha_j) \quad (17)$$

$$\epsilon_{ii} = -v_{ii} + s_i \eta_i = s_i \left[2\alpha_i - \sum_j s_j \alpha_j \right] - \alpha_i + s_i \eta_i \quad (18)$$

단, η_i : 상품*i*의 소득탄력성

s_i : 상품*i*의 예산비중

e_i : 상품*i*의 확장모수, $e_i = \gamma(i, k)$

α_i : 상품*i*의 대체모수, $\alpha_i = 1 - \beta(i, k)$

ϵ_{ii} : 상품*i*의 자체가격탄력성

v_{ii} : 상품*i*의 보상자체가격탄력성

Surry(1997)에서 보정과정은 식(17)과 식(18)의 좌변에 각 탄력성의 목표값을 두고 등식이 성립되도록 식 우변의 모수값인 $e_i (= \gamma(i, k))$ 와 $\alpha_i (= 1 - \beta(i, k))$ 의 값을 최대엔트로피기법에 의해 결정하는 방식으로 수행된다. 그러나 e_i 와 α_i 에 대해 양수라는 제약이 부과되기 때문에 3개 상품분류에 대해 적용한 Surry방법을 10개 상품분류에 대해 적용하면 식(17)과 식(18)이 모두 충족되는 모수값이 존재하지 않는 경우가 발생할 수 있다. 이 문제를 피하기 위해 GTAP에서는 다음과 같이 두 식에 오차항 $diff1$, $diff2$ 을 도입해서 탄력성의 목표값으로부터 어느 정도의 이탈을 허용하고 있다.

$$\eta_i = \left[\sum_j (s_j e_j \alpha_j) + e_i (1 - \alpha_i) \right] / \sum_j (s_j e_j) + (\alpha_i - \sum_j s_j \alpha_j) \quad (19)$$

$$+ diff1_i$$

$$\epsilon_{ii} = s_i \left[2\alpha_i - \sum_j s_j \alpha_j \right] - \alpha_i + s_i \eta_i + diff2_i \quad (20)$$

식(20)은 대체모수 α_i 만의 선형함수이고 만약 대체모수 값을 식(19)에 대입하면 식(19)는 확장모수 e_i 만의 선형함수가 되는 구조임을 알 수 있다. 따라서 보정과정은 식(20)을 이용하여 먼저 대체모수 값을 보정하고 다음으로 보정된 대체모수 값을 식(19)에 대입하여 확장모수를 보정하는 순서로 진행된다.

두 모수의 보정 값은 구체적으로 최대엔트로피 기법에 의해 결정된다. 그러나 GTAP 8에서 가계수요모수 값의 결정과정을 소개한 Hertel et al.(2012)는 보정과정을 간략하게만 서술하고 있고 구체적인 과정은 GTAP 4의 보정과정을 소개한 Liu et al.(1998)을 언급하고 있을 뿐이며 한편 Liu et al.(1998) 역시 보정과정을 축약하여 서술하고 있다. 특히 최대엔트로피 기법을 사용했다 고만 언급되어 있고 구체적인 내용은 생략되어 있어서 일반 독자들은 구체적인 보정과정을 파악하기가 쉽지 않다. 따라서 본 논문은 최대엔트로피 기법의 문헌을 참조하여 동 기법에 의한 보정과정을 구체적으로 설명하고자 한다.

통계자료가 불충분해서 통상적인 추정기법들이 단일한 해를 제공할 수 없는 상황을 통계학에서는 불확정적 문제(ill-posed problems)라고 정의한다. 최대엔트로피 기법은 이러한 상황에서도 추론이 가능하도록 개발된 기법이며 또한 추가적인 정보나 가정이 이용 가능할 경우 쉽게 추정과정에 도입해서 추정 결과를 개선시킬 수 있는 장점을 가진다.

엔트로피는 사건들의 불확실성 정도를 측정하기 위해 Shannon(1948)이 정의한 개념이다. 만약 어떤 확률변수 x 가 가능한 결과값이 n 개이고 각 값을 취할 확률이 p_i , $i = 1, \dots, n$ 인 경우 엔트로피는 확률분포의 함수로서 다음과 같이 정의된다.

$$H(p) \equiv - \sum_i p_i \ln p_i \quad (21)$$

단, $0 \cdot \ln(0) = 0$

엔트로피는 추가 정보가 없을 경우 아래와 같이 확률이 균등한 경우에서 최대값을 갖는다.

$$p_1 = \cdots = p_n = 1/n \quad (22)$$

Janes(1957)은 엔트로피 개념을 이용하여 불확정문제에서 확률을 추정하는 최대엔트로피 원리(maximum entropy principle)를 제시하였고 Golan et al.(1996)은 동 원리를 일반적인 계량경제학 문제들에 적용하여 많은 상황들에 대해 최대 엔트로피 추정기법을 제시하였다.

위에서 언급하였듯이 식(20)과 식(19)는 축차적으로는 각각 단일한 모수의 선형함수식에 오차항이 추가된 구조를 갖고 있다. Golan et al.(1996)은 이와 같이 오차항을 갖는 선형함수식을 ‘오차를 갖는 선형역문제’(linear inverse problems with noise)로 정의하고 적합한 최대엔트로피 추정방법을 제시하였다. 동 방법에 따르면 추정하고자 하는 모수와 오차항 각각에 대해 가질 수 있을 범위를 부여하고 사전적인 가중치를 갖는 이산확률변수로 모형화하여 최대엔트로피모형을 구축한다(Golan et al., 1996, p.86). 먼저 식(20)을 고려하면, 동 식의 모수인 대체모수 α_i 가 $[0, 1]$ 의 범위를 가진다고 가정해보자. 그러면 최대엔트로피 기법은 이 범위 내에서 모수 α_i 를 유한개 등분하여 이산 확률변수로 변환한다. 예를 들어서 3등분한다면 범위의 경계값인 0과 1 그리고 중간값인 0.5를 이용하여 다음과 같이 변환이 이루어진다.

$$\alpha_i = p_1^{\alpha_i} \times 0 + p_2^{\alpha_i} \times 0.5 + p_3^{\alpha_i} \times 1, \quad \forall i \quad (23)$$

$$\text{단, } \sum_{j=1}^3 p_j^{\alpha_i} = 1, \quad \forall i \quad (24)$$

유사하게 오차항 $diff2_i$ 에 대해서도 $[-4, 4]$ 의 범위를 가정하고 이 범위 내에서 3등분하는 이산확률변수 변환을 고려하면 다음과 같게 된다.

$$diff2_i = p_1^{diff2_i} \times (-4) + p_2^{diff2_i} \times 0 + p_3^{diff2_i} \times 4, \forall i \quad (25)$$

$$\text{단, } \sum_{j=1}^3 p_j^{diff2_i} = 1, \forall i \quad (26)$$

따라서 식(20)에 기초한 대체모수 α_i 의 보정은 식(20)과 식(23)~(26)의 제약식 하에서 아래의 엔트로피 목적함수를 극대화하는 비선형계획문제가 된다.

$$\max \left\{ - \sum_i \sum_j p_j^{\alpha_i} \ln p_j^{\alpha_i} - \sum_i \sum_j p_j^{diff2_i} \ln p_j^{diff2_i} \right\} \quad (27)$$

동 최대엔트로피문제로부터 이산변수의 확률인 $p_j^{\alpha_i}$ 와 $p_j^{diff2_i}$ 값이 결정되면 식(23)에 의해 대체모수 α_i 의 값이 보정된다. 그리고 대체모수의 보정값을 다시 식(19)에 대입하면 식(20)과 대체모수에 적용했던 동일한 보정과정을 식(19)와 확장모수에 대해 적용할 수 있다. 즉, 대체모수의 보정값이 대입된 식(19)에서 확장모수 e_i 가 $[0, 1]$ 의 범위를 가진다고 가정하면 최대엔트로피 기법에 의해 이 범위 내에서 모수 e_i 를 유한개 등분하여 이산확률변수로 변환할 수 있다. 예를 들어서 3등분한다면 범위의 경계값인 0과 1 그리고 중간값인 0.5를 포함해서 다음과 같이 변환이 이루어진다.

$$e_i = p_1^{e_i} \times 0 + p_2^{e_i} \times 0.5 + p_3^{e_i} \times 1, \forall i \quad (28)$$

$$\text{단, } \sum_{j=1}^3 p_j^{e_i} = 1, \forall i \quad (29)$$

오차항 $diff1_i$ 에 대해서도 만약 $[-4, 4]$ 의 범위를 가정하고 이 범위 내에서 3등분하는 이산확률변수 변환을 고려하면 다음과 같게 된다.

$$diff1_i = p_1^{diff1_i} \times (-4) + p_2^{diff1_i} \times 0 + p_3^{diff1_i} \times 4, \forall i \quad (30)$$

$$\text{단, } \sum_{j=1}^3 p_j^{diff1_i} = 1, \forall i \quad (31)$$

따라서 식(19)에 기초한 확장모수 e_i 의 보정은 식(19)와 식(28)~(31)의 제약식 하에서 아래의 엔트로피 목적함수를 극대화하는 비선형계획문제가 된다.

$$\max \left\{ - \sum_i \sum_j p_j^{e_i} \ln p_j^{e_i} - \sum_i \sum_j p_j^{diff1_i} \ln p_j^{diff1_i} \right\} \quad (32)$$

동 최대엔트로피문제로부터 이산변수의 확률인 $p_j^{e_i}$ 와 $p_j^{diff1_i}$ 값이 결정되면 식(28)에 의해 대체모수 e_i 의 값이 보정된다.

이러한 전체 과정을 거쳐 113개 지역과 10개 상품분류에 대한 대체모수와 확장모수의 값이 보정되면 다음에는 동일 분류 내에 속한 상품들은 동일한 모수값을 갖는 것으로 가정하여 최종적으로 57개 상품분류로 확장함으로써 GTAP의 CDE가계수요함수에 대한 모수값 추정과정이 완료된다.¹¹⁾

11) GTAP모형 이외에 대표적인 CGE모형으로서 MIT의 대표적인 동태 CGE모형인 EPPA 모형은 CES소비함수를 이용한다. 이 경우 모든 재화의 소득탄력성이 1로 고정되어 소득이 증가해도 각 재화의 비중이 불변이라는 비현실적인 제약을 내포하게 된다. 이 문제를 보완하고 또한 Frisch(1959) 이후 대체탄력성이 소득에도 의존하는 구조를 사용하고 있는 추세를 반영하여 EPPA3부터는 기간 내에는 CES소비함수를 이용하되 기간 간에는 대체탄력성과 소비비중을 소득의 함수로 설정하여 구조변화를 허용하고 있다 (Lahiri et al., 2000). 구체적으로는 국가별 소비재간 대체탄력성(σ)과 산업부문별 소비 비중(s_i)에 대해 각각 $\sigma = \beta_1 + \beta_2 \log y + \epsilon$, $s_i = \alpha_1 + \alpha_2 y + \epsilon$ 의 회귀함수를 추정한다. 다음에 추정결과와 국가별 소득의 시계열자료를 이용하여 대체탄력성과 소비비중을 추정한다. 단, σ 와 s_i 은 GTAP데이터베이스에서 제공되는 국가별 대체탄력성과 i 산업의 소비비중이며 y 는 국가별 GNP이다.

IV. 결론 및 함의

본 연구는 대표적인 글로벌 CGE모형인 GTAP모형의 가계부문수요에 초점을 맞추어서 탄력성모수의 추정과정과 근거를 문헌조사를 통해 정리하였다. GTAP모형의 매뉴얼은 모수 값에 대해서는 상세한 정보를 제공하고 있지만 모수 값이 결정되는 과정은 상당히 축약해서 서술되어 있고 구체적인 과정은 외부 문헌을 참조하도록 하고 있으며 인용된 외부 문헌 역시 구체적인 과정이 생략되어 있는 경우가 많아서 전체적인 추정과정을 이해하기가 쉽지 않다. 본 논문은 문헌 조사를 통해 이러한 간격을 메꾸고 GTAP 가계부문수요의 전체 추정과정을 단계별로 구체적으로 설명하였다. 또한 이 과정에서 모수값 결정을 위한 보정과정과 최근 해외 주요 CGE모형들이 주목하고 있는 AIDADS 수요함수체계의 추정과정을 보완하여 서술하였다. 따라서 본 연구는 향후 우리나라 CGE모형 모수의 계량경제학적인 추정 연구에 기여한다.

GTAP 8을 기준으로 가계부문수요의 탄력성모수 추정과정을 요약하면 다음과 같다. (1) GTAP 8에서 상품분류는 57개이지만 추정 및 보정의 계산과정에서 수렴속도를 높이고 수렴을 확보하기 위해서 먼저 10개 상품분류에 대해서 탄력성모수 값을 결정하고 다음으로 같은 상위분류에 속한 하위분류의 상품들에 대해 동일한 모수값을 가정하여 57개 상품분류로 확장하는 방식을 취한다. (2) GTAP은 가계수요함수로서 CDE함수를 택하고 있으며 동 함수는 대체모수와 확장모수 등 2개의 모수로 구성된다. (3) 2개의 모수를 GTAP 8의 113개 지역과 10개 상품분류 각각에 대해 개별적으로 값을 허용하면 모두 2,260개 모수의 값이 결정되어야 하므로 계량경제학적인 추정방법 대신에 보정방법이 이용된다. (4) 보정과정의 목표값으로서 수요의 소득탄력성과 가격탄력성이 추정되어 이용된다. 이때 수요의 소득탄력성은 AIDADS수요함수를

이용하여 계량경제학적으로 추정되고 수요의 가격탄력성은 LES수요함수에서 성립하는 관계식을 이용하여 소득탄력성으로부터 계산되는 과정이 이용된다. (5) 보정과정을 위한 목표값으로서 소득과 가격탄력성 추정값이 확보되면, 이 두 값을 재현하도록 CDE함수의 대체모수와 확장모수가 각각 최대엔트로피 기법에 의해 보정된다.

최근 우리나라에서도 통계 데이터베이스를 구축하여 CGE모형의 모수를 계량경제학적으로 추정하려는 노력이 시작되고 있다. 본 연구가 이러한 시도에 대해 시사하는 바는 다음과 같다. 첫째, 생산이나 소비 등 부문별로 이론적으로 채택 가능한 함수모형들과 각 모형의 추정에 필요한 통계 종류 및 데이터베이스 구축 규모가 면밀히 조사될 필요가 있다. 둘째, 전체 추정과정에 대한 후보 경로들을 설계할 필요가 있다. 이때 추정과정 전반에 걸쳐 일관된 함수모형과 추정방법을 채택하기 보다는 추정과정을 몇 단계로 구분하고 각 단계별로 적절한 함수모형과 추정방법을 적용하는 접근법도 고려할 필요가 있다. 이러한 접근은 오랜 기간에 걸쳐 개발된 GTAP의 최근 버전에서도 여전히 적용되고 있다. 셋째, 계량경제학적 추정방법만을 고려하고 이에 적합한 데이터베이스를 완전하게 구축하기 보다는 보정(calibration)방법을 적절하게 활용함으로써 필요한 데이터베이스의 규모를 줄이는 접근을 고려할 필요가 있다. 이때 보정과정의 목표값은 기존 문헌의 메타분석이나 다른 함수모형의 계량경제학적 추정결과가 적절하게 활용될 수 있을 것이다. 이러한 보정 결과는 다른 기존 문헌이나 다른 함수모형의 추정결과를 출발점으로 하되 우리나라 통계데이터베이스의 정보를 이용하여 국내 상황에 적합하도록 개선시킨 값으로 해석될 수 있다.

접수일(2015년 8월 31일), 게재확정일(2015년 10월 29일)

◎ 참 고 문 헌 ◎

- 김원규·변창욱. 2001. 「중국의 WTO 가입에 따른 영향 평가」. 산업연구원.
- 대외경제정책연구원. 2007. 「한미 FTA의 CGE분석: 모형 및 시뮬레이션」.
- 박인원. 2005. 「동아시아 자유무역지대 형성의 경제적 효과 분석」. 고려대학교 아세아 문제연구소.
- 송백훈. 2010. “WTO/NAMA 협상 타결에 따른 한국의 제조업 영향 분석.” 한국경제 학보 17(2) : 195-215
- 오인하. 2011. 「배출규제가 탄소누출에 미치는 영향 분석 및 전망」. 에너지경제연구원.
- 임재규. 2009. “한국의 온실가스 중기 감축목표가 경제와 환경에 미치는 파급효과와 시사.” 경제학연구 57(4) : 101-134.
- _____. 2010. “세계 주요국의 자발적 온실가스 감축목표가 경제와 환경에 미치는 파급 효과와 시사점.” 환경정책연구 9(3) : 115-142.
- 정현식. 2004. “국제무역에 함유된 지구온난화 가스 배출의 국제연관구조와 경제적 유 인정책의 효과.” 자원·환경경제연구 13(4) : 621-655
- Barker, T. 2004. “The Transition to Sustainability: a Comparison of General Equilibrium and Space-Time-Economics Approaches.” Tyndall Centre Working Paper, 62. Tyndall Centre for Climate Change Research, University of East Anglia, Norwich.
- Babiker, M. and Rutherford, T. 2005. “The Economic Effects of Border Measures in Subglobal Climate Agreements.” The Energy Journal 26 : pp99-126.
- Beckman, J., Hertel, T. and Tyner, W. 2011. “Validating Energy-oriented CGE Models.” Energy Economics 33 : pp799 - 806
- Belgodere, A. and Vellutini, C. 2011. “Identifying Key Elasticities in a CGE Model: A Monte Carlo Approach.” Applied Economics Letters 18 : pp1619 - 1622.

- Brooke, A., Kendrick, D. and Meeraus, A. 1992. GAMS: A User's Guide - Release 2.25. San Francisco : The Scientific Press.
- Burniaux, J. and Truong, T. 2002. "GTAP-E: An Energy-Environmental Version of the GTAP Model." GTAP Technical Papers 923. Purdue University.
- Clements, K. and Chen, D. 1996. "Fundamental Similarities in Consumer Behavior." *Applied Economics* 28 : pp747-757.
- Cranfield, J., Preckel, P., Eales, J. and Hertel, T. 2000. "On the Estimation of 'An Implicitly Additive Demand System.'" *Applied Economics* 32 : pp.1907-1915.
- Cranfield, J., Eales, J., Hertel, T. and Preckel, P. 2003. "Model Selection when Estimating and Predicting Consumer Demands using International, Cross Section Data" *Empirical Economics* 28(2) : pp353-364.
- Deaton, A. and Muellbauer, J. 1980. "An Almost Ideal Demand System." *American Economic Review* 70 : pp312-326.
- Dixon, P. and Jorgenson, D. 2013. *Handbook of Computable General Equilibrium Modeling*. New York : Elsevier.
- Frisch, R. 1959. "A Complete Scheme for Computing All Direct and Cross Elasticities in a Model with Many Sectors." *Econometrica* 27 : pp177-196.
- Geary, R. 1950. "A Note on a Constant Utility Index of the Cost of Living." *Review of Economic Studies* 18 : pp65-66.
- Golan, A., Judge, G. and Miller, D. 1996. *Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data*. New York : John Wiley & Sons.
- Golub, A. 2013. "Analysis of Climate Policies with GDyn-E." GTAP Technical Paper 32. Purdue University.
- Hanoch, G. 1975. "Production and Demand Models with Direct or Indirect Implicit Additivity." *Econometrica* 43(3) : pp395-419.
- Hertel, T. 1998. *Global Trade Analysis: Modeling and Applications*. Cambridge : Cambridge University Press.

- Hertel, T. 2012, "Chapter 12. Global Applied General Equilibrium Analysis Using the Global Trade Analysis Project Framework." in Handbook of Computable General Equilibrium Modeling. edited by Dixon, P. and Jorgenson, D. New York : Elsevier.
- Hertel, T., McDougall, R., Narayanan, G. and Auiar, A. 2012, "Chapter 14. Behavioral Parameters." in Global Trade, Assistance, and Production: The GTAP 8 Data Base. edited by Narayanan, G., Aguiar, A. and McDougall, A. Center for Global Trade Analysis, Purdue University.
- Hosoe, N., Gasawa, K. and Hashimoto, H. 2010. Textbook of Computable General Equilibrium Modelling. New York : Palgrave MacMillan.
- Ianchovichina, E. and McDougall, R. 2000. "Theoretical Structure of Dynamic GTAP." GTAP Technical Paper 17. Purdue University.
- Janes, E. 1957. "Information Theory and Statistical Mechanics." Physics Review 106 : pp620-630.
- Jornini, P., McDougall, R., Watts, G. and Dee, P. 1994. The SALTER Model of the World Economy: Model Structure, Database and Parameters. Canberra : Industry Commission.
- Jorgenson, D. 1984. "Econometric Methods for Applied General Equilibrium Analysis," in Applied General Equilibrium Analysis. edited by Scarf, H. and Shoven, J. Cambridge : Cambridge University Press.
- Kehoe, T., Polo, C. and Sancho, F. 1995. "An Evaluation of the Performance of an Applied General Equilibrium Model of the Spanish Economy." Economic Theory 6 : pp115-141.
- Lahiri, S., Babiker, M. and Eckaus, R. 2000. "The Effects of Changing Consumption Patterns on the Costs of Emission Restrictions." MIT Joint Program on the Science and Policy of Global Change Report No. 64. MIT
- Liu, J., Surry, Y., Dimaranan, B. and Hertel, T. 1998. "CDE Calibration." <https://www.gtap.agecon.purdue.edu/resources/download/291.pdf>.

- McKittrick, R. 1998. "The Econometric Critique of Computable General Equilibrium Modelling: the Role of Functional Forms." *Economic Modelling* 15(4) : pp543 - 573.
- Reimer, J. and Hertel, T. 2004. "Estimation of International Demand Behavior for Use with Input-output Based Data," *Economic Systems Research* 16 : pp347-366.
- Rimmer, M. and Powell A. 1996. "An Implicitly Additive Demand System." *Applied Economics* 28 : pp1613-1622.
- Rutherford, T. and Paltsev, S. 2000. "GTAP-Energy in GAMS: The dataset and Static Model." *Discussion Papers in Economics*. University of Colorado at Boulder.
- Scrieciu, S. 2007. "The Inherent Dangers of Using Computable General Equilibrium Models as a Single Integrated Modelling Framework for Sustainability Impact Assessment. A Critical Note on Böhringer and Löschel (2006)." *Ecological Economics* 60 : pp678-684.
- Shannon, C. 1948. "A Mathematical Theory of Communications." *Bell System Technical Journal* 27 : pp379-423.
- Stone, R. 1954. "Linear Expenditure System and Demand Analysis: An Application to the British Pattern of Demand." *Economic Journal* 64(255) : pp511-32.
- Surry, Y. 1997. "Applying and Generalizing the CDE and LES Demands Systems in CGE Models." Unpublished Paper. INRA. Centre de Rennes.
- Theil, H., Chung, C. and Seale, J. 1989. *International Evidence on Consumption Patterns*. Greenwich, CT: JAI Press.
- Theil, H. and Clements, K. 1987. *Applied Demand Analysis*. Cambridge : Ballinger.
- United Nations. 1992. *Handbook of the International Comparison Programme*. New York : United Nations publication.
- Whalley, J. 1985. *Trade Liberalization among Major World Trading Areas*.

Cambridge : MIT Press.

Wigle, R. 1986. “Summary of the Panel and Floor Discussion,” in General Equilibrium Trade Policy Modeling. edited by Srinivansan, T. and Whalley, J. Cambridge : MIT Press.

Working, H. 1943. “Statistical Laws of Family Expenditure.” Journal of the American Statistical Association 38 : pp43-56.

Yu, W., Hertel, T., Preckel, P. and Eales, J. 2004. “Projecting World Food Demand Using Alternative Demand Systems.” World Bank Economic Review 18(2) : pp205-236.

Zeitsch, J., McDougall, R., Jornini, P., Welsh, A., Hambley, J., Brown, S., and Kelly, J. 1991. “SALTER: A General Equilibrium Model of the World Economy.” SALTER Working Paper No. 4

ABSTRACT

How to Estimate Parameters of Private Demand
in GTAP Model

Kiho Jeong*

While Computable General Equilibrium(CGE) models are now widely used in analysing energy issues in Korea, the econometric credibility is very weak in most practices using the models. An econometric approach to the model requires a lot of effort and cost in building database with the identification of the appropriate estimation methods. Thus in-depth analysis of foreign advanced CGE models would be useful. Via extended literature review, this study analyzes and describes the process how the values of parameters are determined in household demand sector of GTAP model, a representative global CGE model. The household demand sector is one of the most important sectors in CGE model having the most influence on model's results. Although documents are available for the estimation process in GTAP model, most readers have difficulty in understanding the process, because various demand systems like CDE, LES and AIDADS are used in being mixed with both econometric estimation and calibration processes and there are many jumps and gaps in the documented processes. This study tries to fill the gaps in GTAP documents and to explain the process in a step-by-step manner. This study also proposes implications for the project of econometric estimation and database construction of the CGE model being recently tried in Korea.

Key Words : GTAP, Household demand parameter, Estimation process

* Professor, Kyungpook National University. khjeong@knu.ac.kr